

FOURIER I LA TRANSMISSIÓ DE CALOR: UN EXERCICI D'APRENTATGE

Miquel RIGOLA
Universitat de Girona

Paraules clau: Fourier, transmissió de calor, educació, història de la ciència

Fourier and heat transmission: a learning exercise

Summary: The Fourier heat transmission experiment in a ring is used to judge on how and when history of science should be introduced in university curricula.

Key words: Fourier, heat transmission, teaching, history of science

La Història de la Ciència dins l'educació científica

Poques vegades, durant els cursos acadèmics de grau, es presenten les disciplines científiques com un procés creatiu que ha seguit una evolució en el temps, i que és el resultat d'una participació seqüencial de diferents actors, encara que pugui arribar al punt culminant amb l'aportació final d'un geni individual. Comprendre aquest procés pot ser molt més enriquidor per a l'estudiant, particularment si hom decideix intervenir críticament en la revisió històrica del passat.

Tal com han posat de manifest analistes de la qüestió, la història de la ciència pot fer unes aportacions específiques en l'educació científica i tecnològica, entre les quals:

- capacitat de reinterpretar fonts primàries de coneixement.
- proveir la imaginació amb un ventall de referències i idees.
- aprenentatge dels errors passats.
- desenvolupar confiança en el pensament crític.
- capacitat per formular i defensar arguments convincents.
- donar una perspectiva del progrés que assenyali vies futures d'evolució.

Si sembla evident l'aportació positiva que pot fer la història de la ciència, queda com a qüestió a precisar, en quina etapa de l'educació i de quina manera cal introduir-la. Sovint es fa referència a un

article de Stephen G. Brush (1973) en el qual qüestiona que, la interpretació que en fan els historiadors de la forma d'actuar dels científics, pot no ser un bon model per als estudiants.

L'objectiu d'aquest article es aprofitar la revisió feta d'alguns aspectes del procés d'elaboració de la teoria de la transmissió de calor per part de Fourier i del context en que té lloc, per aportar una reflexió específica sobre aquest quan i com introduir la història de la ciència en el currículum universitari.

Els desenvolupament de la teoria de la transmissió de calor

Quan Fourier comença la seva recerca, el problema de la transmissió de la calor no és més que una teoria incipient, però sobre la qual estan incidint altres científics contemporanis seus, encara que cap ho farà amb la seva intensitat. Dins aquesta història, Fourier resulta ser tan víctima com partícip de les egolatries dels actors de la societat científica (Grattan-Guinness & Ravetz: 1972), (Herivel, 1875), (Dhombres & Robert: 1998).

Per una banda es d'admirar la dedicació tan intensiva de Fourier a la temàtica, que es pot mesurar en milers d'hores d'esforç. L'equació que Fourier dedueix tindrà, sempre més, un lloc remarcable en la física, i el seu estudi de sèries trigonomètriques donarà pas a un nou capítol de la matemàtica aplicada. Però, el reconeixement de la comunitat científica, especialment la que li és més propera, trigarà a arribar.

La seva virtut no l'eximeix del fet que ell mateix fes una menció molt escassa de les idees propiciadores aportades per altres, en particular de Biot. També pot sorprendre que darrera la genialitat teòrica dels personatges es troben mancances en l'anàlisi dels resultats experimentals.

Les primeres passes en la teoria de la conducció de la calor

L'any 1804 Fourier rep de Jean Baptiste Biot (1774-1862) un document en el qual aquest li planteja una formulació incompleta de la difusió de la calor en els sòlids. Biot buscava la solució al problema, però evità introduir la formulació matemàtica, possiblement per les dificultats que hauria trobat en establir l'equació correcte.

Fourier s'interessa enseguida i completament en la temàtica, al voltant de la qual girarà la major part de la seva producció científica. Fourier escriu un text titulat *Mémoire sur la propagation de la chaleur*, enviat a l'*Académie des Sciences* de Paris, el 21 de desembre de 1807.

Per avançar en la teoria i contrastar idees amb les d'altres científics, es proposà per al gener de 1812, un premi per al problema de la difusió de la calor. Fourier presentà l'any 1811 una versió revisada del seu treball amb el títol *Théorie du mouvement de la chaleur dans les corps solides* que guanyarà el premi. Segurament a causa de la controvèrsia que manté amb Lagrange, la publicació es posposà. Serà el mateix Fourier qui es cuidarà de publicar l'any 1822 una tercera versió titulada *Théorie analytique de la chaleur*.

L'equació de Fourier

Fourier introdueix els conceptes gradient de temperatura i de flux de calor, amb que aconsegueix per primer cop formular la conducció de la calor en un sòlid – que no havia aconseguit Biot. En el manuscrit que segueix a la lectura a l'*Académie*, el 1807 escriu:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{K}{CD} \frac{d^2v}{dx^2} - \frac{hl}{CDS} v$$

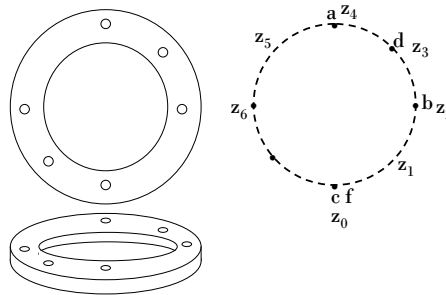


Fig. 1. Representació de l'anella amb els punts d'escalfament i de mesura de la temperatura.

on v designa la temperatura, t el temps i x una distància, C la calor específica del ferro, K la seva conductivitat, h el coeficient convectiu, S la secció a través de la qual es transmet la calor per conducció i l el perímetre de la secció. L'equació és un pas de gran transcendència tan en la física matemàtica com en la teoria de la transmissió de el calor. El raonament que aplica Fourier estarà recolzat per una experimentació heterogènia, no tan per fer nous descobriments sinó per suportar la seva formulació física-matemàtica.

L'anella de Fourier

Un dels experiments fets abans de 1807, consisteix en una anella de ferro polit de diàmetre exterior 0,345 m, escalfada puntualment en el punt f de la figura 1, i en fer mesures de temperatura a quatre punts

Disposava Fourier de quatre termòmetres, d'escala Reaumur, que col·locà inicialment als quatre forats a, b, c, d , prèviament emplenats amb mercuri. Mantenien l'aire de la sala relativament tranquil i lleugerament escalfat, intentant que les pèrdues per convecció a l'exterior fossin regulars. Les mesures de temperatura en els forats corresponents al dibuix són $Z_0, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5$ i Z_6 .

Durant la fase estacionària, entre els punts c i a , hi ha propagació de la calor, però en el punt a , oposat al punt d'escalfament, la singularitat és que degut a la simetria del procés no hi ha d'haver transferència de calor per conducció.

En condicions estacionàries, desapareix la derivada en el temps. Escrivint ara z per designar l'excés de temperatura o sigui la diferència entre la temperatura en un punt de l'anella i la temperatura exterior, i fent $g = \frac{hl}{KS}$, l'equació que descriu l'excés de temperatura $z(x)$, en funció de la posició x en l'anella, ($x = 0$ en el punt d'escalfament; $x = 1$ en l'extrem oposat de l'anella) esdevé

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - gz = 0$$

que té com una forma de la solució

$$z = ae^{\sqrt{g}x} + be^{-\sqrt{g}x}$$

Fent un canvi de variables $D = e^{\sqrt{g}}$ canvia a $z = aD^x + bD^{-x}$

Les condicions límit que cal aplicar en el cas de l'anella són:

- quan és $x = 0$ $z_0 = a + b$
- quan és $x = 1$ $\frac{\partial z}{\partial x} = a\sqrt{g}D^x - b\sqrt{g}D^{-x} = 0$

d'on $aD^2 = b = z_0 - a$ i se'n dedueix que

$$a = \frac{z_0}{1+D^2} \quad ; \quad b = \frac{z_0 D^2}{1+D^2}$$

Els valors d' a i de D es poden deduir de les temperatures a $x = 0$ i $x = 1$:

- a $x = 0$ $z_0 = aD^0 + aD^2 = a + aD^2$
- a $x = 1$ $z_4 = aD^1 + aD^1 = 2D$

Per substitució d' a i solució de l'equació de segon grau resultant, s'obté:

$$D = \frac{z_0}{z_4} + \sqrt{\left(\frac{z_0}{z_4}\right)^2 - 1} \quad \text{i} \quad a = \frac{z_4}{2D}$$

Si es prenen les temperatures originals suposadament extremes mesurades per Fourier, $z_0=81,667$ i $z_4=26,333$, resulta ser $a = 2,147$ i $D = 6,086$. Aplicant aquest valors a les posicions intermèdies, resulten les temperatures:

- a $x = 0$ $z_2 = aD^{2/4} + aD^{6/4} = 38,086$
- a $x = 1$ $z_3 = aD^{3/4} + aD^{5/4} = 29,127$

Les mesures de la temperatura fetes a diferents parts de l'anella, que Fourier presenta el 1807, no podrien donar suport a la teoria perquè presenten desviacions excessives comparativament amb el mateix valor calculat per l'equació, tal com es mostra en la taula 1 i en la figura 2.

Fourier no presentà cap comparació de valors. Tampoc sembla que els examinadors del treball fessin cap comprovació, més interessats en criticar la solució per sèries trigonomètriques de l'equació teòrica que en la verificació experimental de les dades.

Per justificar els valors obtinguts Fourier suposa erròniament que

$$\frac{z_2 + z_6}{z_4} = r \quad \text{i que també} \quad \frac{z_4 + z_0}{z_6} = r$$

de manera que eliminant z_6 entre els dos quocients, s'obté la relació

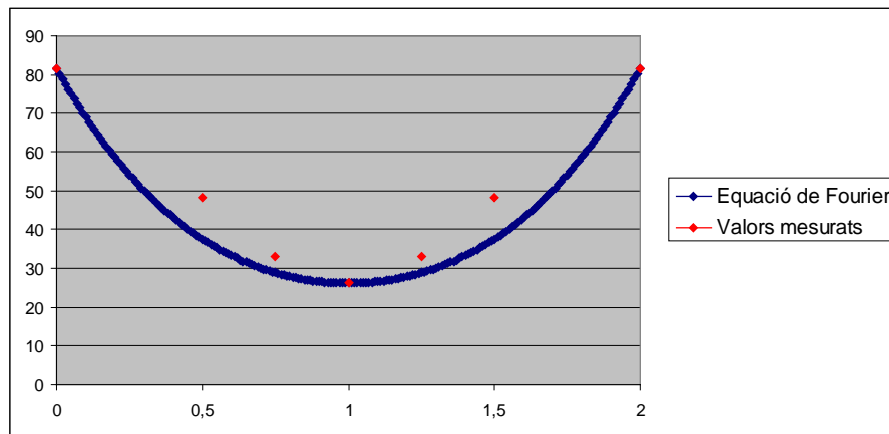


Fig. 2. Representació dels valors mesurats i els que resulten de l'equació teòrica.

$$r^2 z_4 - r z_2 = z_4 + z_0$$

En resoldre l'equació de segon grau s'obté el valor de $r = 3,140$.

Però els dos quocients anteriors no poden ser iguals a r segons les seves pròpies mesures. Si s'aplica el valor de $r = 3,140$, la temperatura seria de $z_6 = 34,3$ graus quan és $z_2 = 48,333$, i la simetria de l'anella implica que ha de ser $z_6 = z_2$.

Revisió dels càlculs amb escalfament situat a una distància $x = 0,11$

Probablement Fourier feia l'escalfament a suficient distància del seu punt c com per fer necessària una correcció. Per aconseguir una coincidència entre valors mesurats i teòrics, caldria doncs situar l'escalfament en un punt separat del punt de mesura de temperatura z_0 i més proper de la mesura de z_2 (figura 3).

Així, si es considera que l'escalfament es fa al punt f , situat a una distància d'arc $x = 0,11$, i després d'un tanteig s'adopta $z_0 = 101,5^\circ R$ d'excés de temperatura sobre l'exterior en el punt d'escalfament i $25,5^\circ R$ d'excés en el punt diametralment oposat, els valors calculats a partir de z_0 i de z_4 són $a=1,628$ i $D=7,832$.

Aleshores es poden refer els càlculs dels excessos de temperatura fets sobre els diferents punts en que es prenen mesures. Els nous valors estan recollits en la taula 1.

Per justificar els valors experimentals Fourier calcula el valor de q directament $q = \frac{z_2 + z_4}{z_3} = 2,2683$, i a partir de r , $q = \sqrt{r+2} = 2,2673$, com a prova convincent de la correcció del seu sistema. Però no seria possible tal precisió, quan Fourier estima que la precisió en les mesures termomètriques és d'1/3 de grau de no ser que l'equació $q = \sqrt{r+2}$ és de fet una identitat, vàlida per a qualsevol desplaçament del punt d'escalfament.

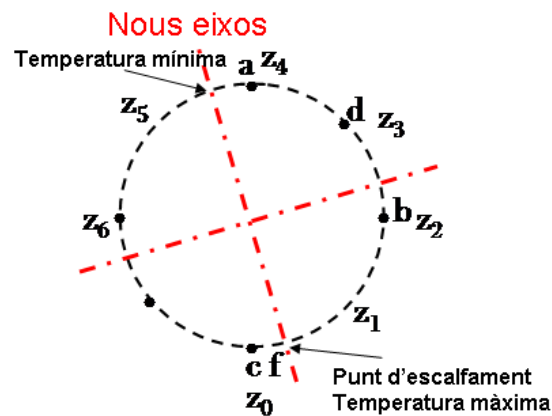


Fig. 3. Mostra de la correcció amb els desplaçament dels eixos per rotació.

Punt de l'anella de Fourier	Situació teòrica del termòmetre envers f	Excés real de temperatura mesurada envers l'aire	Excés de temperatura calculat sense correcció	Situació corregida del termòmetre envers f	Excés de temperatura calculat amb correcció
	x			x	
f	0			0	101,5
c	0	$z_0 = 81,667$	81,7	0,11	81,7
b	0,5	$z_2 = 48,333$	38,1	0,39	48,4
d	0,75	$z_3 = 32,917$	29,1	0,64	32,8
a	1	$z_4 = 26,333$	26,3	0,89	26,2
				1	25,5

Taula 1. Comparació dels valors mesurats amb els valors calculats sense i amb correcció de la posició dels termòmetres envers el punt d'escalfament.

Solament li calia a Fourier girar els eixos i iniciar els càlculs teòrics des del punt en que escalfava l'anell, amb les correccions corresponents. El cert és que Fourier no devia estar molt satisfet dels resultats numèrics, perquè no els va incloure en la seva obra final, la *Théorie analytique de la chaleur* on haguessin recolzat la seva aportació teòrica.

Conclusions

Cal reconèixer l'aportació definitiva de Fourier, però també observar que en aquesta història intervenen conflictes molts humans i manca de rigor. En particular:

- Fourier no troba gaire suport ni reconeixement i ha de perfeccionar la seva teoria sota la pressió de Laplace, Lagrange, i Poisson.

- Però també Fourier minimitza l'aportació de Biot i sovint s'oblida d'esmentar-la.
- Fourier no corregí la justificació teòrica de l'experiment, ni inclogué els resultats experimentals en la seva obra final, potser per evitar crítiques dels contemporanis, als que tan costava reconèixer la seva aportació a la ciència.

Quan i com convé explicar la Història de la Ciència?

Si utilitzem el cas de Fourier com exemple, cal doncs donar la raó a Brush d'acord amb aquesta història?

Tenint en compte el factor humà, les virtuts però també els descrèdits dels genis creadors, permet formular propostes de com i quan s'ha d'explicar la història de la ciència. Així:

En l'etapa de grau:

- mostrant la imatge evolutiva del desenvolupament de la ciència, en front de la imatge que la mostra com feta de veritats absolutes i finals.
- amb la perspectiva cronològica de la progressió científica, mostrant quines necessitats l'han impulsat i quins factors han fet possible l'avenç.
- remarcant que la ciència no és el resultat exclusiu d'uns genis aïllats sinó la confluència d'esforços que si necessiten la definició final.
- i la importància de ser metòdics per aconseguir resultats.

En l'etapa de postgrau:

- com una forma més completa de revisió històrica, mostrant la implicació del científic en el procés innovador, incloent el perfil humà.
- qüestionant quan calgui el paradigma actual, buscant noves formes de pensar, executar i resoldre, i entrant en debat sobre les noves idees contribuïdes.
- que cal aprendre sense complexos dels errors en que es pugui incórrer.
- ensenyant que la inspiració final solament és el resultat de moltes hores de treball.

Bibliografia

BRUSH, S. G. (1974), «Should the History of Science Be Rated X? The way scientists behave (according to historians) might not be a good model for students», *Science*, Vol. 183. No. 4130, 1164 - 1172.

DHOMBRES, J.; ROBERT, J.B. (1998), *Joseph Fourier, 1768-1830. Créateur de la physique-mathématique*, Paris, Belin.

GRATTAN-GUINNESS, I.; RAVETZ, J. R. (1972), *Joseph Fourier, 1768-1830*, Cambridge, MIT Press.

HERIVEL, J. (1975), *Joseph Fourier. The man and the physicist*, Oxford, The Clarendon Press.